सापेक्षिकता का सिद्धान्त

हेतुः बी0एससी0–तृतीय वर्ष, भौतिक विज्ञान, प्रथम प्रश्नपत्र

द्वाराः डा0 धर्मेन्द्र कुमार पाण्डेय,

भौतिक विज्ञान विभाग, पंडित पृथी नाथ पी0जी0कालेज, कानपुर

इमेलः dr.dkpandey@gmail.com

विषयवस्तुः गतिविषयक न्यूटन के नियम, जड़त्वीय व अजड़त्वीय निर्देश तंत्र, गैलीलियन रुपान्तरण, आपेक्षिक वेग, ईथर परिकल्पना, माइकलशन मोर्ले प्रयोग, आइंस्टीन के सापेक्षिकता का सिद्धान्त, लारेन्ज रुपान्तरण समीकरण, लम्बाई में संकुचन, समय का विस्तार, वेग योग प्रमेय, सापेक्षिक संवेग व ऊर्जा।

जब कोई वस्तु या निकाय या पिण्ड या कण स्थिर होता है या गतिशील होता है तो उसके स्थिर या गति अवस्था को परिभाषित करने के निर्देशांकों की जरुरत होती है। साथ ही साथ इस जगत में किसी घटना की जानकारी हेतु भी हमें निर्देशांकों की आवश्यकता होती है। इस हेतु कुल चार निर्देशांक बताये गये है। जिनमें तीन निर्देशांक स्थिति के होते है तथा एक निर्देशांक समय का होता है। अतः किसी घटना को हम चार निर्देशांकों अर्थात् (x,y,z,t) या $(\vec{r},t)$ से प्रदर्शित कर सकते हैं। स्थिति निर्देशांक का समय के साथ प्रथम अवकलन वेग, तथा द्वितीय अवकलन त्वरण कहलाता है। सामान्यत्या यदि वस्तु की स्थिति समय के साथ परिवर्तित न हो अथवा वेग व त्वरण शून्य हो तो वह वस्तु स्थिर अवस्था में कहलाता है। तथा साथ ही यदि वस्तु की स्थिति समय के साथ परिवर्तित हो अथवा वेग अशून्य व त्वरण शून्य या अशून्य हो तो वह वस्तु गतिशील अवस्था में कहलाता है। परन्तु यदि त्वरण शून्य न हो तो वह वस्तु त्वरित गतिशील अवस्था में होता है। भौतिक विज्ञानी न्यूटन द्वारा वस्तुओं या पिण्डों के गति सम्बन्धित कुल तीन नियम बताये गये हैं जो *न्यूटन के गतिविषयक नियम* से जाने जाते है । जिसके प्रथम नियम के अनुसार, किसी पिण्ड/वस्तु के स्थिर अथवा गति की अवस्था में तब तक परिवर्तन नहीं होता है जब तक कि उसपर कोई वाह्य बल आरोपित न हो। अर्थात् पिण्ड/वस्तु के अवस्था परिवर्तन का कारण वाह्य बल होता है। इसे *जड़त्व का नियम* कहते हैं। *न्यूटन के गति विषयक द्वितीय नियम* के अनुसार, किसी पिण्ड पर लगाया गया वाह्य बल, उस पिण्ड के द्रव्यमान एवं उसमें उत्पन्न त्वरण के अनुक्रमानुपाती होता है। न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम को क्रिया–प्रतिक्रिया का नियम कहते हैं जिसके अनुसार, प्रथम पिण्ड दूसरे पिण्ड पर जितना बल लगाता है ठीक उतना ही बल द्वितीय पिण्ड पहले पिण्ड पर विपरीत दिशा में लगाता है।

वास्तव में किसी पिण्ड/वस्तु के स्थिर अथवा गति की अवस्था में होना हमारे देखने की स्थिति या नजरिये पर निर्भर करता है। उदाहरणार्थ जब कोई व्यक्ति किसी बस या रेल में यात्रा करता है तो पास बैठा व्यक्ति उसे स्थिर पाता है जबकि बाहर

खड़े व्यक्ति को वह गतिशील दिखायी देता है। इसी प्रकार जब कोई दो ट्रेनें एक ही दिशा में समान वेग या त्वरण से गतिशील हो तो एक ट्रेन के व्यक्ति को दूसरी ट्रेन स्थिर दिखायी देता है जबकि जबकि बाहर खड़े व्यक्ति को दोनों ट्रेनें एवं उसमें बैठे व्यक्ति गतिशील दिखायी देते हैं। अतः किसी पिण्ड/वस्तु के स्थिर अथवा गति की अवस्था का बोध तब तक निरर्थक है जब तक कि उसे सुपरिभाषित निर्देश तंत्र (फ्रेम आफ रिफरेंस) के सापेक्ष सुनिश्चित न किया गया हो।

निर्देश तंत्र (फ्रेम आफ रिफरेंस): निर्देश अक्षों का वह निकाय जिसके सापेक्ष किसी कण या पिण्ड के स्थिति को द्वी या त्री विमीय आकाश में परिभाषित किया जाता हो, *निर्देश तंत्र* (*फ्रेम आफ रिफरेंस*) कहलाता है। सबसे सरलतम निर्देश तंत्र, कार्टीजियन निर्देश तंत्र/निकाय होता है। निर्देश तंत्र दो प्रकार का होता है पहला *जड़त्वीय निर्देश तंत्र* तथा दूसरा *अजड़त्वीय निर्देश तंत्र*।

जड़त्वीय निर्देश तंत्रः अत्वरित निर्देश तंत्र को जड़त्वीय निर्देश तंत्र या गैलीलियन तंत्र (*फ्रेम*) कहते हैं। इस निर्देश तंत्र के सापेक्ष कोई अत्वरित वस्तु अत्वरित ही आभाषित होती है। दूसरे शब्दों में यह वह निर्देश तंत्र है जिसमें न्यूटन का गति विषयक प्रथम नियम परिभाषित/सत्य होता है। अर्थात् इस निर्देश तंत्र हेतु, कण या पिण्ड की स्थिति, समय का इस प्रकार फलन होता है कि इसका वेग नियत $\left(\frac{dx}{dt}=u_x\,;\frac{dy}{dt}=u_y\,;\frac{dz}{dt}=u_z\,;\frac{dr}{dt}=u\right)$ तथा त्वरण शून्य $\left(\frac{d^2x}{dt^2}=0;\frac{d^2y}{dt^2}=0;\frac{d^2z}{dt^2}=0;\frac{d^2r}{dt^2}=0\right)$ होता है। वे सभी निर्देश तंत्र जो एक समान वेग से अजड़त्वीय निर्देश तंत्र के सापेक्ष रेखीय गति करते हैं, अजड़त्वीय निर्देश तंत्र कहे जाते हैं अर्थात् एक समान वेग से चल रहे निर्देश तंत्र में घटनायें या प्रकृति के नियम ठीक उसी प्रकार लागू होते है जैसे कि स्थिर अजड़त्वीय निर्देश तंत्र में। उदाहरणार्थ यदि पृथ्वी तथा एक समान वेग से चलती ट्रेन में खड़े होकर सिक्के को किसी उंचाई से छोड़ा जाय तो दोनों स्थितियों में सिक्का पैर के पास ही गिरता है।

यदि कण का वेग कम हो तो यह निर्देश तंत्र गैलीलियन रुपान्तरण का अनुगमन करता है। अर्थात् यदि S स्थिर अजड़त्वीय निर्देश तंत्र और S' वेग $\vec{v}$ से गतिशील अजड़त्वीय निर्देश तंत्र हो तथा इनके सापेक्ष किसी कण के निर्देशांक क्रमशः $(\vec{r},t)$ और $(\vec{r}',t')$ हो, इन निर्देशांकों के मध्य सम्बन्ध $\vec{r}'=\vec{r}-\vec{v}t$ और $t'=t$ होगा। यदि S' अजड़त्वीय निर्देश तंत्र वेग v से $X-$अक्ष की ओर गतिशील हो तो रुपान्तरण समीकरण क्रमशः $x'=x-vt;\, y'=y\,;\, z'=z$ और $t'=t$ होगा। इन्हें स्थिति हेतु गैलीलियन रुपान्तरण समीकरण कहा जाता है। स्थिति रुपान्तरण के इन समीकरणों को समय के सापेक्ष अवकलित करने पर यह ज्ञात होता है कि S' निर्देश तंत्र में कण का वेग (आपेक्षिक वेग) $u'=u-v$ होगा तथा दोनों निर्देश तंत्रों में त्वरण समान होगाा। अर्थात् गैलीलियन रुपान्तरण के अन्तर्गत, द्रव्यमान, समय, त्वरण और बल अपरिवर्तनीय होता है। अतः सभी अजड़त्वीय निर्देश तंत्रों में न्यूटन का द्वितीय नियम वैध होता है तथा गैलीलियन रुपान्तरण के अन्तर्गत अपरिवर्तनीय होता है। इस रुपान्तरण के अन्तर्गत, किसी वस्तु की लम्बाई या दो विन्दुओं के बीच की दूरी, अपरिवर्तनीय होता है। अर्थात्

$$L' = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$$

$$L' = \sqrt{(x_2 - vt - x_1 + vt)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad \text{चूंकि} \quad x' = x - vt;\, y' = y;\, z' = z$$

$$L' = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$L' = L$$

अजड़त्वीय निर्देश तंत्रः त्वरित निर्देश तंत्र को अजड़त्वीय निर्देश तंत्र कहते हैं। इस निर्देश तंत्र के सापेक्ष कोई अत्वरित वस्तु त्वरित आभाषित होता है। इस निर्देश तंत्र पर न्यूटन का गतिविषयक प्रथम नियम लागू नहीं होता है। इस निर्देश तंत्र में पिण्ड़ो या कणों या वस्तुओं की गति को समझनें या न्यूटन के गति के द्वितीय नियम को लागू करने के लिए जिन आभाषी बलों को लगता हुआ माना जाता है उन्हें छद्‌म बल कहते हैं।

यदि निर्देश तंत्र, किसी त्वरण ($\vec{a}_0$) से रेखीय गति करता है तो तंत्र में स्थित वस्तु पर छद्‌म बल तंत्र के त्वरण के विपरीत कार्य करता है तथा इसका मान वस्तु के द्रव्यमान तथा तंत्र के त्वरण के गुणनफल ($\vec{F}_P = -m\vec{a}_0$) के बराबर होता है। साथ ही साथ यदि वस्तु भी तंत्र में तंत्र की दिशा में त्वरण $\vec{a}_0$ से गतिशील हो तो उस पर कुल बल $\vec{F} = m\vec{a} - m\vec{a}_0$ कार्य करता है। किसी त्वरित कार में मुक्त लटके हुये दोलक का पीछे जाना या कार को एकाएक रोकने पर कार में बैठे व्यक्ति का आगे की ओर झुकना इसी छद्‌म बल के कारण होता है।

यदि निर्देश तंत्र किसी अक्ष के परितः घूर्णन या कोणीय गति करता है तो यह भी एक अजड़त्वीय निर्देश तंत्र होता है। घूर्णन गति करते हुए निर्देश तंत्र में वस्तु पर दो तरह के छद्‌म बल कार्य करते है पहला अपकेन्द्र बल (सेन्ट्रीफ्यूगल फोर्स) दूसरा कोरिओलिस बल। अपकेन्द्र बल सदैव घूर्णन अक्ष से बाहर की ओर कार्य करता है जिसका मान $\vec{F}_P = -m\omega^2 r\hat{r}$ होता है (ω:तंत्र का कोणीय वेग या आवृत्ति, m:वस्तु का द्रव्यमान)। कोरिओलिस बल की दिशा सदैव वस्तु के चलके की दिशा के लम्बवत तथा तंत्र के घूर्णन दिशा के विपरीत होता है। इस बल का मान $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$ ($\vec{v}$:वस्तु का वेग) के बराबर होता है। अतः घूर्णन गति करते निर्देश तंत्र में मुक्त वस्तु/कण, इन दोनों छद्‌म बलों के प्रभाव में विक्षेपित गति करता है। इसी कारण से, जब किसी वस्तु को घूर्णन करने वाली चकती के अक्ष के पास रखकर चकती को त्वरित किया जाता है तो वस्तु घूर्णन अक्ष से बाहर की ओर तथा घूर्णन के विपरीत विक्षेपित गति करता है।

पृथ्वी अपने अक्ष के परितः घूर्णन करने के साथ–साथ सूर्य के चारों ओर परिक्रमण भी करती है अतः यह भी एक अजड़त्वीय निर्देश तंत्र होता है। परन्तु कोणीय वेग अत्यधिक कम होने के कारण इसे जड़त्वीय निर्देश तंत्र माना जाता है तथा इस पर किये गये प्रयोगों के परिणाम जड़त्वीय निर्देश तंत्र में प्राप्त परिणामों के समान ही प्राप्त होते हैं।

कम गति वाले वस्तुओं से सम्बन्धित भौतिक धटनाओं को समझने के लिए प्रायः जड़त्वीय निर्देश तंत्र तथा गैलीलियन रुपान्तरण समीकरणों का उपयोग किया जाता है। अर्थात् ऐसे पिण्ड़ो/वस्तुओं पर न्यूटन का द्वितीय नियम अचर होता है तथा प्रकृति की सभी घटनायें एक ही तरह से घटित होती हैं इसे आपेक्षिकता का सिद्धान्त भी कहते हैं। परन्तु *जब कोई वस्तु अत्यधिक वेग से गतिशील होता है तो गैलीलियन रुपान्तरण समीकरण तथा आपेक्षिकता का सिद्धान्त वैध नहीं होता है अथवा अत्यधिक वेग से गतिशील वस्तुओं से सम्बन्धित भौतिक धटनाओं की व्याख्या गैलीलियन सिद्धान्त द्वारा करने में असमर्थ पाया गया।* जैसे कि, यदि दो कण वेग c से विपरीत दिशा में गतिशील हो तो गैलीलियन रुपान्तरण के अन्तर्गत एक कण का दूसरे कण के सापेक्ष आपेक्षिक वेग $2c$ होगा जबकि किसी कण का वेग प्रकाश की चाल से अधिक नहीं हो सकता है क्योंकि उस समय मैक्सवेल ने विद्युतचुम्बकीय सिद्धान्त के अनुसार निर्वात में प्रकाश की चाल को 3×10^{8} मी0/से0 प्राप्त किया था। इसके साथ गैलीलियन रुपान्तरण सिद्धान्त अत्यधिक चाल से गतिशील अतिसूक्ष्म कणों (इलेक्ट्रान, म्यूआन, इत्यादि) के गति समीकरण, अत्यधिक चाल से चल रहे अंतरिक्षयान में वस्तु की स्थिति या इसकी लम्बाई, कास्मिक किरणों के धरती पर आने की घटना, ट्विनस पैराडाक्स, विद्युत और चुम्बकीय क्षेत्र हेतु रुपान्तरण समीकरण, प्रकाश या विद्युतचुम्बकीय तरंगों इत्यादि के बारे में व्याख्या करने में असफल रहा। अतः गैलीलियन रुपान्तरण सिद्धान्त या न्यूटन का जड़त्वीय निर्देश तंत्रों में अचर बल नियम में संशोधन की आवश्यकता हुयी।

इस उद्देश्य हेतु सर्वप्रथम *सार्वत्रिक ईथर माध्यम की परिकल्पना* की गयी। जिसके अनुसार ईथर माध्यम एक सार्वत्रिक जड़त्वीय निर्देश तंत्र है जिसमें प्रकाश ईथर कणों के साथ c वेग से गतिशील होता है जबकि अन्य जड़त्वीय निर्देश तंत्र में इसका मान बदलता है। अर्थात् $c-v$ या $c+v$ हो सकता है। इस बात (*ईथर माध्यमः* सार्वत्रिक जड़त्वीय निर्देश तंत्र) की पुष्टि हेतु विभिन्न वैज्ञानिकों फीजू, फ्रेनेल, हर्ट्ज, ट्रौटन व नोबल और माइकल्शन व मोर्ले द्वारा कई प्रयोग किये गये। जिसमें माइकल्शन व मोर्ले प्रयोग अत्यधिक प्रसिद्ध हुआ। इनके प्रयोग का उद्देश्य था कि यदि प्रकाश का वेग अन्य जड़त्वीय निर्देश तंत्र में बदलता है तो व्यतिकरणमापी द्वारा फ्रिन्ज विस्थापन प्राप्त करके सार्वत्रिक ईथर माध्यम के सापेक्ष धरती के वेग को ज्ञात किया जा सकता है। माइकल्शन व मोर्ले ने अपने प्रयोग को दृश्य प्रकाश के साथ सन् 1881 एवं 1887 में कई बार किया तथा इसी प्रयोग को विभिन्न विद्युतचुम्बकीय तरंगों को लेकर ट्रौटन व नोबल 1904 में तथा डेटन मिलर ने 1921 और 1924 में किया। परन्तु प्रयोग में कोई भी फ्रिन्ज विस्थापन प्राप्त नहीं हुआ। इसे माइकल्शन व मोर्ले प्रयोग के नल रिजल्ट के नाम से जाना जाता है। यद्यपि माइकल्शन अपने इस प्रयोग असफल रहे परन्तु इन्हें इनके व्यतिकरणमापी व प्रकाश के अन्य प्रयोगों हेतु में नोबल पुरस्कार से सम्मानित किया गया। माइकल्शन व मोर्ले प्रयोग के नल रिजल्ट की व्याख्या हेतु कई सैद्धान्तिक व्याख्यायें (जैसे कि लारेन्ज फिट्ज गेराल्ड का *ईथर ड्रैग मॉडल*) दी गयी परन्तु कोई भी पूर्णरुपेण व्याख्या नहीं कर पाये। अन्त में आइन्सटीन ने ईथर माध्यम की परिकल्पना को नकारते हुए माइकल्शन व मोर्ले प्रयोग के आधार पर कुछ परिकल्पनायें की जिसे *आइन्सटीन के सापेक्षिकता सिद्धान्त* के नाम से जाना जाता है।

आइन्सटीन के विशिष्ट सापेक्षिकता सिद्धान्तः

सापेक्षिकता सिद्धान्त के दो नियम हैं जो इस प्रकार हैं–

1. सभी जड़त्वीय निर्देश तंत्रों में भौतिक विज्ञान के मूलभूत नियम एक ही रुप अथवा तरह के होते हैं।
2. निर्वात में प्रकाश का वेग श्रोत व प्रेक्षक के बीच आपेक्षिक गति पर निर्भर नही करता है। अर्थात् सभी जड़त्वीय निर्देश तंत्रों में प्रकाश का वेग नियत रहता है।

चूंकि गैलीलियन रुपान्तरण के अनुसार, प्रकाश का वेग नियत नहीं होता जबकि सापेक्षिकता सिद्धान्त का प्रथम नियम न्यूटन यांत्रिकी के नियम पर आधारित है। अतः इन दोनों सिद्धान्तों को समान रुप से लागू करने हेतु एक नये स्थिति व समय रुपान्तरण समीकरणों की आवश्यकता हुयी जो निम्न बातों पर आधारित हो या अपने में समाहित करता हो–

1. सभी जड़त्वीय निर्देश तंत्रों में प्रकाश का वेग एक समान c हो।
2. रुपान्तरण समीकरण रेखीय हो जो कम वेग $(v \ll c)$के लिए गैलीलियन रुपान्तरण के समतुल्य
3. रुपान्तरण समीकरण *सार्वत्रिक स्थिति और समय पर आधारित न हों।*
   इन सभी बातों को ध्यान में रखते हुए लॉरेन्ज ने काफी गणितीय गणना के बाद चार समीकरण दिये जिन्हें लॉरेन्ज रुपान्तरण समीकरण कहा जाता है।

लॉरेन्ज रुपान्तरण समीकरणः

वैज्ञानिक एच0ए0लॉरेन्ज ने विशिष्ट सापेक्षिकता सिद्धान्त तथा रुपान्तरण समीकरण के आवश्यकताओं को ध्यान में रखते हुए हेतु स्थिति और समय के सम्बन्धित चार समीकरण निगमित किये जिन्हें लॉरेन्ज रुपान्तरण समीकरण कहते हैं। यदि S स्थिर और S' समान वेग v से x–अक्ष दिशा में गतिशील दो जड़त्वीय निर्देश तंत्र हो तथा किसी घटना का S और S' के सापेक्ष निर्देशांक क्रमशः (x, y, z, t) और (x', y', z', t') हो तो *लॉरेन्ज रुपान्तरण के अनुसार इनके बीच सम्बन्ध इस प्रकार होता है–*

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(x - vt) \quad \text{जहाँ} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \;;\; \beta = \frac{v}{c}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

इसी प्रकार व्युतक्रम लॉरेन्ज रुपान्तरण समीकरणों को निम्न व्यंजकों से दिया जाता है–

$$x = \gamma(x' + vt') \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

यह सभी समीकरण शर्त $v \ll c$ *के अन्तर्गत पूर्णतः* गैलीलियन रुपान्तरण के समीकरणों *में परिवर्तित हो जाते हैं। चूंकि लॉरेन्ज रुपान्तरण समीकरणों को प्राप्त करने के लिए यह माना गया था कि राशि* $x^2+y^2+z^2-c^2t^2 = x^2+y^2+z^2+(ict)^2$ *का मान सभी* जड़त्वीय निर्देश तंत्रों में एक ही जैसा होता है अतः टेन्शर रुप में निर्देशांको को (x,y,z,ict) अथवा (x_1,x_2,x_3,x_4) से प्रदर्शित किया जाता है इसे स्थिति फोर वेक्टर कहते हैं। इन निर्देशांको में *लॉरेन्ज रुपान्तरण समीकरणों को इस प्रकार से लिखा जा सकता है–*

$$x'_1 = \gamma(x_1 + i\beta x_4) = \gamma.x_1 + 0.x_2 + 0.x_3 + i\beta\gamma.x_4$$

$$x'_2 = x_2 = 0.x_1 + 1.x_2 + 0.x_3 + 0.x_4$$

$$x'_3 = x_3 = 0.x_1 + 1.x_2 + 1.x_3 + 0.x_4$$

$$x'_4 = \gamma(x_4 - i\beta x_1) = -i\beta\gamma.x_1 + 0.x_2 + 0.x_3 + \gamma.x_4$$

इन सभी व्यंजको को आव्यूह रुप (मैट्रिक्स फार्म) में मात्र एक समीकरण द्वारा इस प्रकार भी लिखा जाता है–

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$x'_\mu = \alpha_{\mu\nu} x_\nu$ जहॉ $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$ तथा $\alpha_{\mu\nu} =$ लॉरेन्ज गुणांक

इस व्यंजक को *लॉरेन्ज रुपान्तरण का* टेन्शर रुप कहा जाता है। यह व्यंजक स्पष्ट करता है कि स्थिर जड़त्वीय निर्देश तंत्र के निर्देशांकों को गतिशील जड़त्वीय निर्देश तंत्र के निर्देशांकों में बदलने के लिए उसे लॉरेन्ज गुणांक से गुणा करना पड़ेगा। इस समीकरण का प्रयोग विद्युतचुम्बकीय क्षेत्र की व्याख्या करने में किया जाता है। *लॉरेन्ज रुपान्तरण के परिणाम और महत्व को हम लोग अब निम्न (इन) विन्दुओं पर भी समझेंगें।*

<u>लम्बाई में संकुचन (लेन्थ कान्ट्रैक्सन):</u>

कोई वस्तु जिस निर्देश तंत्र में स्थिर अवस्था में होता है उसमें उसकी लम्बाई, उचित लम्बाई (प्रापर लेन्थ) कहलाता है अथवा उचित लम्बाई वस्तु की वह लम्बाई है जिसे उस प्रेक्षक द्वारा मापा गया हो जो वस्तु के सापेक्ष स्थिर हो। प्रेक्षित लम्बाई (आब्जर्वड लेन्थ या इमप्रापर लेन्थ) वस्तु की वह लम्बाई है जिसे उस प्रेक्षक द्वारा मापा गया हो जो वस्तु के निर्देश तंत्र में न हो। *यदि* S स्थिर और S' समान वेग v से $x-$अक्ष दिशा में गतिशील दो जड़त्वीय निर्देश तंत्र हो तथा एक छड़ फ्रेम S' $x-$अक्ष के समान्तर रखा है। तो फ्रेम S और S' *के* प्रेक्षकों द्वारा छड़ की मापी गयी लम्बाई क्रमशः प्रेक्षित लम्बाई तथा उचित लम्बाई कहा जायेगा। *लॉरेन्ज रुपान्तरण के अनुसार इन लम्बाईयों के बीच सम्बन्ध इस प्रकार होता है–*

$$L_0 = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - vt) - \gamma(x_1 - vt) = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1-\beta^2} = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < L_0$$

अतः प्रेक्षित लम्बाई का मान उचित लम्बाई से कम होता है। अतः जब कोई वस्तु लगभग c वेग से गतिशील होता है तो धरती पर खड़े प्रेक्षक को वेग के अनुदिश वस्तु की लम्बाई कम प्रतीत होता है।

समय विस्तार (टाइम डायलेसन):

उचित समय वह समय है जिसे उस घड़ी द्वारा मापा गया हो जो प्रेक्षक के सापेक्ष स्थिर हो तथा प्रेक्षित समय (आब्जर्वड टाइम या इमप्रापर टाइम) वह समय है जिसे उस घड़ी द्वारा मापा गया हो जो प्रेक्षक के साथ गतिशील हो। *लॉरेन्ज रुपान्तरण के आधार पर,* प्रेक्षित समय/समयान्तराल ($\Delta t' = t$) वे उचित समय/समयान्तराल ($\Delta t = t_0$) के *मध्य निम्न सम्बन्ध आता है।*

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad \textit{या} \quad t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

अतः गतिशील घड़ी में समयान्तराल का मान स्थिर के घड़ी समयान्तराल से अधिक होता है अर्थात् गतिशील घड़ी में समय धीमें चलता है। इस परिणाम के आधार पर ट्विनस पैराडाक्स, कास्मिक किरणों के धरती पर आने की घटना तथा डॉप्लर प्रभाव घटना की व्याख्या की गयी।

वेगों का योग (एडीसन आफ वेलोसिटीज):

यदि फ्रेम S स्थिर और *फ्रेम* S' समान वेग v से $x-$अक्ष दिशा में गतिशील दो जड़त्वीय निर्देश तंत्र हो तथा इनके संगत किसी कण का वेग क्रमशः और हो तो *लॉरेन्ज रुपान्तरण के आधार पर, इन वेगों के मध्य निम्न सम्बन्ध पाया गया।*

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'} \quad \textit{या} \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2} u}$$

इससे यह स्पष्ट होता है कि यदि कोई फोटान फ्रेम S' *में वेग* c *से गतिशील हो तथा फ्रेम* S' *भी फ्रेम* S *के सापेक्ष वेग* c *से गतिशील हो तो फ्रेम* S *में फोटान का वेग भी ही होगा। क्योंकि–*

$$u = \frac{c + c}{1 + \frac{c}{c^2} c} = \frac{2c}{1+1} = c$$

समकालिकता की सापेक्षता (रिलेटिविटी आफ साइमलटेनिटी):

लॉरेन्ज रुपान्तरण के आधार पर यह पाया गया कि दो घटनायें तभी समकालिक होगी जब वे एक ही समय में घटित हुयी हों। इसे समकालिकता की सापेक्षता कहते हैं।

सापेक्षिक द्रव्यमान (रिलेटिविस्टिक मॉस):

जब कोई कण अत्यधिक वेग से गतिशील होता है तो उसका द्रव्यमान बदल जाता है। वेग के संगत कण के द्रव्यमान को सापेक्षिक द्रव्यमान या गत्यात्मक द्रव्यमान कहते है। इसका मान $m_0/\sqrt{1-(v/c)^2}$ होता है।

सापेक्षिक संवेग व ऊर्जा (रिलेटिविस्टिक मोमेन्टम एंड इनर्जी):

जब कोई कण अत्यधिक वेग से गतिशील होता है तो सापेक्षिकता सिद्धान्त पर उसके संवेग व ऊर्जा के लिये निम्न व्यंजक प्राप्त होता है।

$$p = m_0 v / \sqrt{1-(v/c)^2}$$

तथा $$E = KE + m_0 c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = mc^2$$

राशि m_0c^2 को स्थिर द्रव्यमान ऊर्जा कहते है। $E = mc^2$ को आइन्सटीन का द्रव्यमान–ऊर्जा सम्बन्ध कहते है। यह सम्बन्ध बताता है कि द्रव्यमान को ऊर्जा में तथा ऊर्जा को द्रव्यमान में बदला जा सकता है। इस परिणाम के आधार पर नाभिकीय विखंडन, नाभिकीय संलयन, युग्म विनाश व युग्म उद्भव की व्याख्या की जाती है।

यद्यपि सापेक्षिकता सिद्धान्त से सम्बंधित अध्ययन यहाँ समाप्त नहीं होता है, यह तो एक शुरुवात है फिर भी आज के इस परिचर्चा में सापेक्षिकता सिद्धान्त से सम्बंधित मूलभूत तथ्यों के बारे में जानकारी प्राप्त की गयी।

अन्य श्रोतः

1. Concepts of Modern Physics; Arthur Beiser; Tata McGraw Hill Publication; Chapter 1.
2. Modern Physics; R. Murugeshan and K. Sivaprasath; S. Chand Publication, New Delhi, Chapter 1.

अन्य आनलाइन श्रोतः

3. https://web.stanford.edu/~oas/SI/SRGR/notes/srHarris.pdf
4. http://www.physics.iisc.ernet.in/~vasant/publications/popular/apr_05.pdf
5. http://physics.mq.edu.au/~jcresser/Phys378/LectureNotes/SpecialRelativityNotes.pdf
6. http://physics.mq.edu.au/~jcresser/Phys378/LectureNotes/VectorsTensorsSR.pdf
7. http://www.f.waseda.jp/sidoli/Einstein_Relativity.pdf
8. https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1048&context=physicskatz
9. https://en.wikipedia.org/wiki/Special_relativity

अन्य आनलाइन विडियो श्रोतः

10. https://nptel.ac.in/courses/115/101/115101011/
11. https://www.youtube.com/watch?v=FfIDmB8u-Hc
12. https://www.youtube.com/watch?v=7E57Nh5JYOk
13. https://www.youtube.com/watch?v=Ie0MIlx4njA
14. https://www.youtube.com/watch?v=pZXXqV1EzJ8
15. https://www.youtube.com/watch?v=FhDZjdUFrtU
16. https://www.youtube.com/watch?v=ZcCmz-TfUEo
17. https://www.youtube.com/watch?v=k4n9ih1mNAw
18. https://www.youtube.com/watch?v=VuCCsZXP_kE
19. https://www.youtube.com/watch?v=nkwpjSgLDkU
20. https://www.youtube.com/watch?v=fSiaeY-HUqk
21. https://bsc.hcverma.in/ (free sign in and see vedio)